

計算量理論試験問題

2010-02-02

担当：今井浩

問題 1.

入力が n ビット (各ビットは 0 または 1 の値をとる) の論理関数で、入力中の 1 の数が奇数のとき 1 を、偶数のとき 0 を出力する関数を parity 関数という。以下の問に答えよ。

- (1) parity 関数を計算する Turing 機械のプログラムを与え、その時間・領域計算量を示せ。
- (2) parity 関数を計算する問題は LOGSPACE に入るか？

問題 2.

計算量クラスに関する以下の問に答えよ。

- (1) $NP \subseteq PSPACE$ を示せ。
- (2) $PSPACE \subseteq EXPTIME$ を示せ。

問題 3.

台集合 $S = \{1, 2, \dots, n\}$ の m 個の部分集合 $S_j (\subseteq S) (j = 1, 2, \dots, m)$ からなる集合族 \mathcal{F} に対して集合 $T (\subseteq S)$ が独立であるとは、 $|S_j \cap T| \leq 1 (j = 1, \dots, m)$ であることであると定める。このとき集合族 \mathcal{F} に対して、最大サイズの独立な集合を求める問題を考える。以下の問に答えよ。

- (1) グラフの最小点被覆問題の判定版が NP 完全であることを利用して、この最大化問題の判定版の問題が NP 完全であることを示せ。
- (2) $|S_j| = n - 1 (j = 1, \dots, m)$ の場合の問題の計算量クラスはどうなるか？

問題 4.

以下の問に答えよ。

- (1) 擬多項式時間アルゴリズムの定義を述べよ。
- (2) 動的計画法を用いて Knapsack 問題に対する擬多項式時間アルゴリズムを与えよ。その際の計算量も示すこと。

問題 5.

点集合 V 、枝集合 E の無向グラフ $G = (V, E)$ で、各枝 $e \in E$ に正の枝長 $d(e)$ が与えられているものを考える。このとき、このグラフの各点を少なくとも 1 度通る最小の長さの閉路 (同じ点を複数回通ってよい) を求める問題に対して、定数近似値比の多項式時間近似アルゴリズムを与えよ。

以下は作成者によるメモ

試験情報：

本試験：2/2（火）10:20～11:50 @ 理学部旧1号館150教室

解答用紙5枚，持ち込み不可．

その他：

原本を完全に再現したわけではありません（原本よりフォントが小さくなり，代わりに余白が増えています．おそらく整形の仕方に起因しています）．大きな誤植はたぶん無いと思いますが，残っている可能性があります．見つけたら適宜 ap2009 の掲示板にでも書いていただければできる範囲で対応します．

この試験問題に関しては，普段応物系の試験問題を整形している人とは別人が整形していますので，その辺もご理解ください．

当然のことですが，この試験問題は非公式なものであり，これに起因する損害等には一切責任を負いませんので，くれぐれもご注意ください．