

言語モデル論 2012年度期末試験問題

問1

以下の構文からなる言語に対して操作的意味を定義せよ。

$$e \text{ (式)} ::= n \mid X \mid e_1 + e_2 \mid X := e \mid e_1; e_2 \mid \text{if0 } e_0 \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \mid \text{while } e_0 \text{ do } e_1$$

ただし、 n は整数、 X は整数を表すメタ変数とし、各々の式の直感的意味は次のとおりになるようにせよ。

- $e_1 + e_2$: e_1 を評価してから e_2 を評価し、 e_1 の値 n_1 と e_2 の値 n_2 を足した値を $e_1 + e_2$ の値とする。
- $X := e$: e を評価し、その値 n を変数 X に代入するとともに、 n を式 $X := e$ の値とする。
- $e_1; e_2$: e_1, e_2 をこの順に評価し、 e_2 の値を $e_1; e_2$ 全体の値とする。
- **if0** e_0 **then** e_1 **else** e_2 : e_0 を評価し、その値が0なら e_1 を評価、そうでなければ e_2 を評価し、それぞれの値を **if0** e_0 **then** e_1 **else** e_2 全体の値とする。
- **while** e_0 **do** e_1 : e_0 の値を評価し、値が0でなければ e_1 を評価した後に再び **while** e_0 **do** e_1 を評価する。 e_0 の値が0なら0を **while** e_0 **do** e_1 全体の値とする。

問2

N の初期値 n が正である下で次のプログラム（問1の言語ではなく、講義で扱った言語で書かれたプログラム）を実行したとき、実行が停止するならば停止時の S の値は $\frac{n(n+1)}{2}$ であることを、ホーア論理（公理的意味論）または操作的意味論に基づいて証明せよ。

```
S := 0;
while N > 0 do (S := S + N; N := N - 1)
```

(裏面につづく)

問3

(untyped) λ 計算に関する以下の問いに答えよ.

- (i) 以下の λ 項に α 変換を施し, 自由変数と束縛変数が互いに異なるようにせよ.

$$x(\lambda x.x(\lambda x.x x))$$

- (ii) 以下の λ 項に β 簡約を施し, β 正規形 (β -normal form, それ以上 β 簡約できない項) を求めよ.

$$(\lambda y.\lambda x.x y)((\lambda x.x)x)$$

- (iii) 無限の β 簡約列を持つ項を一つ挙げよ.
(iv) λ 計算で再帰関数を表現する方法を説明せよ.

$$\begin{aligned} g &: \alpha \rightarrow \beta \\ f &: \beta \rightarrow \gamma \end{aligned}$$

問4

型システムに関する以下の問いに答えよ.

- (i) 以下の単純型つき λ 計算の項の最も一般的な型を求めよ.

$$\lambda f.\lambda g.\lambda x.f(g(x))$$

- (ii) ML の型システムにおける型判断 $\emptyset \vdash \text{let } f = \lambda x.x \text{ in } f f : \alpha \rightarrow \alpha$ の導出木を書け. ただし, \emptyset は空の型環境を表す.

問5

以下の中から二つを選んでそれぞれ 150 字程度説明せよ.

- (i) データ抽象とオブジェクト指向
- (ii) ホーア論理の相対完全性
- (iii) 表示的意味論
- (iv) λ 計算の簡約戦略
- (v) 部分型 (subtyping)
- (vi) System F