

# 言語モデル論 2012年度期末試験問題

## 問1

以下の構文からなる言語に対して操作的意味を定義せよ。

$$e \text{ (式)} ::= n \mid X \mid e_1 + e_2 \mid X := e \mid e_1; e_2 \mid \text{if0 } e_0 \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \mid \text{while } e_0 \text{ do } e_1$$

ただし、 $n$  は整数、 $X$  は整数を表すメタ変数とし、各々の式の直感的意味は次のとおりになるようにせよ。

- $e_1 + e_2$ :  $e_1$  を評価してから  $e_2$  を評価し、 $e_1$  の値  $n_1$  と  $e_2$  の値  $n_2$  を足した値を  $e_1 + e_2$  の値とする。
- $X := e$ :  $e$  を評価し、その値  $n$  を変数  $X$  に代入するとともに、 $n$  を式  $X := e$  の値とする。
- $e_1; e_2$ :  $e_1, e_2$  をこの順に評価し、 $e_2$  の値を  $e_1; e_2$  全体の値とする。
- **if0**  $e_0$  **then**  $e_1$  **else**  $e_2$ :  $e_0$  を評価し、その値が 0 なら  $e_1$  を評価、そうでなければ  $e_2$  を評価し、それぞれの値を **if0**  $e_0$  **then**  $e_1$  **else**  $e_2$  全体の値とする。
- **while**  $e_0$  **do**  $e_1$ :  $e_0$  の値を評価し、値が 0 でなければ  $e_1$  を評価した後に再び **while**  $e_0$  **do**  $e_1$  を評価する。 $e_0$  の値が 0 なら 0 を **while**  $e_0$  **do**  $e_1$  全体の値とする。

## 問2

$N$  の初期値  $n$  が正である下で次のプログラム（問1の言語ではなく、講義で扱った言語で書かれたプログラム）を実行したとき、実行が停止するならば停止時の  $N$  の値は  $\frac{n(n+1)}{2}$  であることを、ホーア論理（公理的意味論）または操作的意味論に基づいて証明せよ。

```
S := 0;
while N > 0 do (S := S + N; N := N - 1)
```

(裏面につづく)

### 問3

(untyped)  $\lambda$  計算に関する以下の問いに答えよ。

(i) 以下の  $\lambda$  項に  $\alpha$  変換を施し, 自由変数と束縛変数が互いに異なるようにせよ。

$$x(\lambda x.x(\lambda x.x x))$$

(ii) 以下の  $\lambda$  項に  $\beta$  簡約を施し,  $\beta$  正規形 ( $\beta$ -normal form, それ以上  $\beta$  簡約できない項) を求めよ。

$$(\lambda y.\lambda x.x y)((\lambda x.x)x)$$

(iii) 無限の  $\beta$  簡約列を持つ項を一つ挙げよ。

(iv)  $\lambda$  計算で再帰関数を表現する方法を説明せよ。

$g: \alpha \rightarrow \beta$   
 $f: \beta \rightarrow \alpha$

### 問4

型システムに関する以下の問いに答えよ。

(i) 以下の単純型つき  $\lambda$  計算の項の最も一般的な型を求めよ。

$$\lambda f.\lambda g.\lambda x.f(g(x))$$

(ii) ML の型システムにおける型判断  $\emptyset \vdash \text{let } f = \lambda x.x \text{ in } f f : \alpha \rightarrow \alpha$  の導出木を書け。ただし,  $\emptyset$  は空の型環境を表す。

### 問5

以下の中から二つを選んでそれぞれ 150 字程度説明せよ。

- (i) データ抽象とオブジェクト指向
- (ii) ホーア論理の相対完全性
- (iii) 表示的意味論
- (iv)  $\lambda$  計算の簡約戦略
- (v) 部分型 (subtyping)
- (vi) System F